Министерство образования и науки Российской Федерации

НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра прикладной математики

Лабораторная работа №1

по дисциплине

«Уравнения математической физики»

Факультет прикладной математики и информатики

Группа ПМ-01

Студент Курочкин А.В.

Преподаватель Задорожный А.Г.

Персова М.Г.

Вариант 3

Новосибирск

2012

1. Цель работы

Разработать программу решения эллиптической краевой задачи методом конечных разностей. Протестировать программу и численно оценить порядок аппроксимации.

1. Задание

Область имеет Т-образную форму.

1. Анализ



Дискретный аналог оператора Лапласа на пятиточечном шаблоне:

Построим сетку, узлы нумеруем снизу вверх и слева направо. Для решения поставленной задачи из линий сетки получаем координаты узлов. Матрица формируется одним проходом по всем узлам, для регулярных узлов заполняется согласно пятиточечному шаблону, для прочих – в соответствии с краевыми условиями. Матрица хранится как пятидиагональная с дополнительными массивами, хранящими сдвиг элементов внешних диагоналей.

1. Текст программы

module maindata

implicit none

real\*8, allocatable :: v1(:),v2(:),v3(:),v4(:),v5(:)

real\*8, allocatable :: ff(:),x(:),ax(:)

integer n1,n2,n3,n4,n5,ttcrs

real\*8, allocatable :: xl(:),yl(:)

real\*8, allocatable :: xy(:,:)

integer cond1(8)

real\*8, allocatable :: hi(:),hi1(:),hj(:),hj1(:)

integer, allocatable :: shl(:),shr(:)

end module

real\*8 function lambda(x,y)

implicit none

real\*8 x,y

lambda=1

end function

real\*8 function cgamma(x,y)

implicit none

real\*8 x,y

cgamma=2

end function

real\*8 function f(x,y)

implicit none

real\*8 x,y,lambda,cgamma

f=-lambda(x,y)\*(exp(x)+exp(y))+cgamma(x,y)\*(exp(x)+exp(y))

end function

real\*8 function u(x,y,ind)

implicit none

real\*8 x,y

integer ind

if(ind.eq.0)u=(exp(x)+exp(y))

if(ind.eq.1)u=0

if(ind.eq.2)u=0

end function

subroutine loadconditions

use maindata

implicit none

integer i

open(10,file='cond1.txt',status='old',err=301)

read(10,\*,err=301,end=301)(cond1(i),i=1,8)

close(10)

goto 302

301 print\*,'ERROR: A problem with "cond1.txt"'

302 continue

end subroutine

subroutine loadnet

use maindata

implicit none

integer i,temp

open(20,file='net.txt',status='old',err=303)

read(20,\*,err=303,end=303)n1,n2,n3,n4,n5

temp=n1+n2+n3-2

allocate(xl(temp))

read(20,\*,err=303,end=303)(xl(i),i=1,temp)

temp=n4+n5-1

allocate(yl(temp))

read(20,\*,err=303,end=303)(yl(i),i=1,temp)

close(20)

goto 304

303 print\*,'ERROR: A problem with "net.txt"'

304 continue

end subroutine

subroutine formcrosspoints

use maindata

implicit none

integer stick,i,j,indxy

stick=n2\*(n5-1)

ttcrs=stick+n4\*(n1+n2+n3-2)

allocate(xy(2,ttcrs))

do i=1,n5-1

do j=1,n2

indxy=(i-1)\*n2+j

xy(1,indxy)=xl(n1-1+j)

xy(2,indxy)=yl(i)

end do

end do

do i=1,n4

do j=1,n1+n2+n3-2

indxy=stick+(i-1)\*(n1+n2+n3-2)+j

xy(1,indxy)=xl(j)

xy(2,indxy)=yl(i+n5-1)

end do

end do

end subroutine

subroutine calch

use maindata

implicit none

integer i,j,ind,prev

allocate(hi(ttcrs))

allocate(hi1(ttcrs))

allocate(hj(ttcrs))

allocate(hj1(ttcrs))

do j=1,n5-1

do i=1,n2

ind=(j-1)\*n2+i

hj1(ind)=yl(j)-yl(j-1)

hj(ind)=yl(j+1)-yl(j)

hi1(ind)=xl(n1-1+i)-xl(n1-2+i)

hi(ind)=xl(n1+i)-xl(n1-1+i)

end do

end do

prev=(n5-1)\*n2

do j=1,n4

do i=1,n1+n2+n3-2

ind=prev+(j-1)\*(n1+n2+n3-2)+i

hj1(ind)=yl(n5-1+j)-yl(n5-2+j)

hj(ind)=yl(n5+j)-yl(n5-1+j)

hi1(ind)=xl(i)-xl(i-1)

hi(ind)=xl(i+1)-xl(i)

end do

end do

end subroutine

subroutine formmatrix

use maindata

implicit none

integer k,l,ind,tmp

real\*8 f,cgamma,lambda,u

allocate(v1(ttcrs+2-n1-n2-n3))

allocate(v2(ttcrs))

allocate(v3(ttcrs))

allocate(v4(ttcrs))

allocate(v5(ttcrs+2-n1-n2-n3))

allocate(ff(ttcrs))

allocate(x(ttcrs))

do ind=1,n2

v3(ind)=1

v4(ind)=0

v5(ind)=0

ff(ind)=u(xy(1,ind),xy(2,ind),cond1(1))

end do

do k=1,n2-1

v2(k)=0

end do

do k=1,n5-2

ind=k\*n2+1

v1(ind-n2)=0

v2(ind-1)=0

v3(ind)=1

v4(ind)=0

v5(ind)=0

ff(ind)=u(xy(1,ind),xy(2,ind),cond1(2))

do l=2,n2-1

ind=k\*n2+l

v1(ind-n2)=-lambda(xy(1,ind),xy(2,ind))\*2D00/hj1(ind)/(hj(ind)+hj1(ind))

v2(ind-1)=-lambda(xy(1,ind),xy(2,ind))\*2D00/hi1(ind)/(hi(ind)+hi1(ind))

v3(ind)=lambda(xy(1,ind),xy(2,ind))\*(2D00/hi(ind)/hi1(ind)+2D00/hj(ind)/hj1(ind))+cgamma(xy(1,ind),xy(2,ind))

v4(ind)=-lambda(xy(1,ind),xy(2,ind))\*2D00/hi(ind)/(hi(ind)+hi1(ind))

v5(ind)=-lambda(xy(1,ind),xy(2,ind))\*2D00/hj(ind)/(hj(ind)+hj1(ind))

ff(ind)=f(xy(1,ind),xy(2,ind))

end do

ind=ind+1

v1(ind-n2)=0

v2(ind-1)=0

v3(ind)=1

v4(ind)=0

v5(ind)=0

ff(ind)=u(xy(1,ind),xy(2,ind),cond1(8))

end do

do ind=(n5-1)\*n2+1,(n5-1)\*n2+n1

v1(ind-n2)=0

v2(ind-1)=0

v3(ind)=1

v4(ind)=0

v5(ind)=0

ff(ind)=u(xy(1,ind),xy(2,ind),cond1(3))

end do

do ind=(n5-1)\*n2+n1+1,(n5-1)\*n2+n1+n2-2

v1(ind-n2)=-lambda(xy(1,ind),xy(2,ind))\*2D00/hj1(ind)/(hj(ind)+hj1(ind))

v2(ind-1)=-lambda(xy(1,ind),xy(2,ind))\*2D00/hi1(ind)/(hi(ind)+hi1(ind))

v3(ind)=lambda(xy(1,ind),xy(2,ind))\*(2D00/hi(ind)/hi1(ind)+2D00/hj(ind)/hj1(ind))+cgamma(xy(1,ind),xy(2,ind))

v4(ind)=-lambda(xy(1,ind),xy(2,ind))\*2D00/hi(ind)/(hi(ind)+hi1(ind))

v5(ind)=-lambda(xy(1,ind),xy(2,ind))\*2D00/hj(ind)/(hj(ind)+hj1(ind))

ff(ind)=f(xy(1,ind),xy(2,ind))

end do

do ind=(n5-1)\*n2+n1+n2-1,(n5-1)\*n2+n1+n2-2+n3

v1(ind-n2)=0

v2(ind-1)=0

v3(ind)=1

v4(ind)=0

v5(ind)=0

ff(ind)=u(xy(1,ind),xy(2,ind),cond1(7))

end do

ind=(n5-1)\*n2+n1+n2+n3-2

do k=1,n4-2

ind=ind+1

v1(ind-n2)=0

v2(ind-1)=0

v3(ind)=1

v4(ind)=0

v5(ind)=0

ff(ind)=u(xy(1,ind),xy(2,ind),cond1(4))

tmp=ind

do ind=tmp+1,tmp+n1+n2+n3-4

v1(ind-n2)=-lambda(xy(1,ind),xy(2,ind))\*2D00/hj1(ind)/(hj(ind)+hj1(ind))

v2(ind-1)=-lambda(xy(1,ind),xy(2,ind))\*2D00/hi1(ind)/(hi(ind)+hi1(ind))

v3(ind)=lambda(xy(1,ind),xy(2,ind))\*(2D00/hi(ind)/hi1(ind)+2D00/hj(ind)/hj1(ind))+cgamma(xy(1,ind),xy(2,ind))

v4(ind)=-lambda(xy(1,ind),xy(2,ind))\*2D00/hi(ind)/(hi(ind)+hi1(ind))

v5(ind)=-lambda(xy(1,ind),xy(2,ind))\*2D00/hj(ind)/(hj(ind)+hj1(ind))

ff(ind)=f(xy(1,ind),xy(2,ind))

end do

ind=n5\*n2+n1+n3-2+k\*(n1+n2+n3-2)

v1(ind-n2)=0

v2(ind-1)=0

v3(ind)=1

v4(ind)=0

v5(ind)=0

ff(ind)=u(xy(1,ind),xy(2,ind),cond1(6))

end do

do ind=ind+1,ind+n1+n2+n3-2

v1(ind-n2)=0

v2(ind-1)=0

v3(ind)=1

v4(ind)=0

ff(ind)=u(xy(1,ind),xy(2,ind),cond1(5))

end do

end subroutine

subroutine shift

use maindata

implicit none

integer i

allocate(shl(ttcrs))

allocate(shr(ttcrs))

do i=1,(n5-2)\*n2

shl(i)=i

end do

do i=(n5-2)\*n2+1,(n5-1)\*n2+n1+n3-2

shl(i)=i-2

end do

do i=(n5-1)\*n2+n1+n3-1,(n5-2)\*n2+(n4-1)\*(n1+n2+n3-2)

shl(i)=i-4

end do

do i=1,n2\*(n5-2)

shr(i)=i+n2

end do

do i=n2\*(n5-2)+1,n2\*(n5-1)

shr(i)=i+n2+2

end do

do i=n2\*(n5-1)+1,ttcrs+2-n1-n2-n3

shr(i)=i+n2+4

end do

end subroutine

subroutine gaussbody

use maindata

implicit none

integer i

do i=1,n2

x(i)=x(i)+(ff(i)-v3(i)\*x(i))/v3(i)

end do

do i=n2+1,ttcrs+2-n1-n2-n3

x(i)=x(i)+(ff(i)-v1(i-n2)\*x(shl(i-n2))-v2(i-1)\*x(i-1)-v3(i)\*x(i)-v4(i)\*x(i+1)-v5(i)\*shr(i))/v3(i)

end do

do i=ttcrs+3-n1-n2-n3,ttcrs

x(i)=x(i)+(ff(i)-v3(i)\*x(i))/v3(i)

end do

end subroutine

subroutine axcalc

use maindata

implicit none

integer i

do i=1,n2

ax(i)=x(i)+(ff(i)-v3(i)\*x(i))/v3(i)

end do

do i=n2+1,ttcrs+2-n1-n2-n3

ax(i)=x(i)+(ff(i)-v1(i-n2)\*x(shl(i-n2))-v2(i-1)\*x(i-1)-v3(i)\*x(i)-v4(i)\*x(i+1)-v5(i)\*shr(i))/v3(i)

end do

do i=ttcrs+3-n1-n2-n3,ttcrs

ax(i)=x(i)+(ff(i)-v3(i)\*x(i))/v3(i)

end do

end subroutine

real\*8 function snorm(dimn,n)

implicit none

integer n,i

real\*8 dimn(n)

real\*8 s

s=0D00

do i=1,n

s=s+dimn(i)\*dimn(i)

end do

snorm=sqrt(s)

end function

real\*8 function emisalig()

use maindata

implicit none

integer i

real\*8 snorm,s

call axcalc

do i=1,ttcrs

ax(i)=ff(i)-ax(i)

end do

s=snorm(ax,ttcrs)

emisalig=s/snorm(ff,ttcrs)

end function

subroutine output

use maindata

implicit none

integer i

open(30,file='result.txt',status='unknown')

do i=1,ttcrs

write(30,\*)x(i)

end do

close(30)

end subroutine

subroutine gaussseidel

use maindata

implicit none

integer iter,miter

real\*8 emisalig,eps

miter=10000

eps=1E-15

allocate(ax(ttcrs))

do iter=1,miter

if(emisalig().le.eps) goto 401

call gaussbody

end do

401 continue

end subroutine

program main

use maindata

integer i

call loadconditions

call loadnet

call formcrosspoints

call calch

call formmatrix

call shift

call gaussseidel

call output

end program

1. Исследования
2. u=x3+y3 , λ=1, γ=2, f=2\*(x3+y3)-6\*(x+y)

n1=3, n2=4, n3=3, n4=3, n5=4

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| u | u\* | |u-u\*| |
| 8.0000000000000000  27.000000000000000  64.000000000000000  125.00000000000000  9.0000000000000000  21.971428571428572  53.828571428571429  126.00000000000000  16.000000000000000  25.018775510204080  56.141224489795917  133.00000000000000  27.000000000000000  28.000000000000000  35.000000000000000  37.407253644314871  68.424746355685130  152.00000000000000  243.00000000000000  370.00000000000000  64.000000000000000  44.642121905025604  45.852731430153632  56.474266675896175  83.585614980908559  135.61467685387004  220.10244614231166  407.00000000000000  125.00000000000000  126.00000000000000  133.00000000000000  152.00000000000000  189.00000000000000  250.00000000000000  341.00000000000000  468.00000000000000 | 8.0000000000000000  27.000000000000000  64.000000000000000  125.00000000000000  9.0000000000000000  28.000000000000000  65.000000000000000  126.00000000000000  16.000000000000000  35.000000000000000  72.000000000000000  133.00000000000000  27.000000000000000  28.000000000000000  35.000000000000000  54.000000000000000  91.000000000000000  152.00000000000000  243.00000000000000  370.00000000000000  64.000000000000000  65.000000000000000  72.000000000000000  91.000000000000000  128.00000000000000  189.00000000000000  280.00000000000000  407.00000000000000  125.00000000000000  126.00000000000000  133.00000000000000  152.00000000000000  189.00000000000000  250.00000000000000  341.00000000000000  468.00000000000000 | 0.0000000000000000  0.0000000000000000  0.0000000000000000  0.0000000000000000  0.0000000000000000  6.0285714285714285  11.171428571428571  0.0000000000000000  0.0000000000000000  9.9812244897959204  15.858775510204083  0.0000000000000000  0.0000000000000000  0.0000000000000000  0.0000000000000000  16.592746355685129  22.575253644314870  0.0000000000000000  0.0000000000000000  0.0000000000000000  0.0000000000000000  20.357878094974396  26.147268569846368  34.525733324103825  44.414385019091441  53.385323146129963  59.897553857688337  0.0000000000000000  0.0000000000000000  0.0000000000000000  0.0000000000000000  0.0000000000000000  0.0000000000000000  0.0000000000000000  0.0000000000000000  0.0000000000000000 |

1. u=ex+ey, λ=1, γ=2, f= ex+ey

n1=3, n2=4, n3=3, n4=3, n5=4

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| u | u\* | |u-u\*| |
| 8.3890560989306504  21.085536923187668  55.598150033144236  149.41315910257660  10.107337927389695  18.829319555403647  48.979223730197802  151.13144093103566  14.778112197861301  21.321736963316557  50.848397004516080  155.80221520150724  21.085536923187668  22.803818751646713  27.474593022118317  28.481005799356385  57.918630964328109  168.49869602576427  423.51433041592276  1116.7186953516461  55.598150033144236  32.946350627502468  31.959703118620560  38.350068930027675  62.976017705857174  139.39110627449881  367.86061477965063  1151.2313084616028  149.41315910257660  151.13144093103566  155.80221520150727  168.49869602576427  203.01130913572084  296.82631820515320  551.84195259531168  1245.0463175310351 | 8.3890560989306504  21.085536923187668  55.598150033144236  149.41315910257660  10.107337927389695  22.803818751646713  57.316431861603284  151.13144093103566  14.778112197861301  27.474593022118317  61.987206132074888  155.80221520150724  21.085536923187668  22.803818751646713  27.474593022118317  40.171073846375336  74.683686956331897  168.49869602576427  423.51433041592276  1116.7186953516461  55.598150033144236  57.316431861603284  61.987206132074888  74.683686956331911  109.19630006628847  203.01130913572084  458.02694352587935  1151.2313084616028  149.41315910257660  151.13144093103566  155.80221520150727  168.49869602576427  203.01130913572084  296.82631820515320  551.84195259531168  1245.0463175310351 | 2.2204460492503131E-016  2.2204460492503131E-016  2.8865798640254070E-015  3.5527136788005009E-015  5.8872177965962891E-016  3.9744991962430665  8.3372081314054824  6.5167055779413730E-015  1.7911019889460533E-016  6.1528560588017616  11.138809127558808  1.5808101355707649E-014  1.8214596497756474E-016  1.8214596497756474E-016  1.8214596497756474E-016  11.690068047018951  16.765055992003798  3.7348596437780657E-015  3.1792277144226944E-014  1.2061011911423947E-013  2.8796409701214998E-015  24.370081234100816  30.027503013454329  36.333618026304229  46.220282360431305  63.620202861222033  90.166328746228729  4.5512205115727511E-014  3.4972025275692431E-015  3.4972025275692431E-015  2.4924506902834764E-014  3.4972025275692431E-015  3.4972025275692431E-015  3.4972025275692431E-015  3.1918911957973251E-014  6.0340621388377258E-014 |

Теоретический порядок аппроксимации данной схемы 1ый (либо второй, при равномерном шаге).

На основании приведённых исследований можем считать, что в общем случае порядок аппроксимации соответствует теоретическому, так как на задачу с полиномиальным решением было получено решение со погрешностью второго порядка.

Задачи с неполиномиальным решением аппроксимируются данной схемой несколько менее точно.